

高斯随机粗糙表面的电磁散射研究

逯贵祯¹, 王宝发²

(1. 北京广播学院通信工程系, 北京 100024, 2. 北京航空航天大学电子工程系, 北京 100087)

摘要: 本文利用数值方法研究高斯随机粗糙表面的电磁散射问题. 应用矩量法研究高斯随机粗糙表面的电磁散射可以使我们获得较为精确的数值结果. 但是, 对于表面散射, 应用矩量法时, 表面未知变量的数目非常大, 即使对于一维表面也需要几千个未知变量. 当我们求解矩阵方程时, 计算机对求解的问题有几个限制, 一个是内存的限制, 一个是速度的限制. 为了克服内存的限制, 发展了许多迭代数值算法. 本文发展了一种新的数值迭代方法. 利用这一方法, 我们对高斯随机粗糙表面的电磁散射问题进行了研究, 并与矩阵反演方法进行了比较. 所得结果表明, 这种新的迭代法具有很好的收敛性.

关键词: 电磁散射; 粗糙表面; 迭代法

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 06-0907-03

EM Scattering from Gauss Rough Surface

LU Gui-zhen¹, WANG Bao-fa²

(1. Dept. of Communication, Beijing Broadcasting Institute, Beijing 100024, China;

2. Dept. of Electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100087, China)

Abstract: In this paper the scattering from Gauss rough surface is studied through numerical method. The matrix equation is formed by the moment method. Because the matrix equation is of large size, an effective solving method should be developed to deal with the problem. The author presents a new iterative method to solve the moment equation. The computed results are compared with one that are solved by direct matrix inverse method. The results show that the agreement between two results are very good.

Key words: EM Scattering; rough surface; iterative algorithm

1 引言

研究电磁波从不规则表面散射的性质具有非常重要的意义. 通信广播中的通信质量与不规则表面的散射性质有很大的关系. 在遥感与雷达中需要了解不同的不规则表面的散射特性. 在过去的几十年中, 发展了各种不同的方法研究电磁波从粗糙表面的散射问题. 早期的分析方法主要是基尔霍夫方法与微扰方法. 这两种方法采用不同的近似, 具有不同的有限应用范围. 由于实际表面的形状与性质多种多样, 传统的解析方法很难处理这些问题, 所以又发展了各种数值方法.

高斯随机粗糙表面是对不规则表面进行描述的一种数学近似模型, 它具有很好的数学性质. 通过对高斯随机粗糙表面的性质的研究, 可以帮助我们了解不规则表面的散射性质.

数值方法的优点是它可以研究任意不规则表面的粗糙表面散射. 但一个很重要的问题是对计算机的运算量与存储量有很高的要求. 这一点限制了我们解决实际问题的能力. 例如, 积分方程方法的求解, 首先要转化为矩阵方程. 采用传统的矩阵反演方法, 需要有 $O(N^3)$ 运算量和 $O(N^2)$ 的计算机存储能力. 这样对于目前的计算机, 数值模拟只能限于中小规模的粗糙表面, 此时未知量数目约为几千个.

为了克服计算量与存储量这一问题, 业已发展了许多迭代方法. 迭代方法具有存储量低的优点, 但是为了得到具有收敛性的解, 有时要求有很长的运算时间. 最近又有作者提出基于带形矩阵反演的迭代方法, 这个方法可以加速迭代的收敛速度, 同时又不要求很大的存储量. 在上述带形矩阵反演的迭代方法中, 迭代方法采用了广义共轭余数 (GCR) 方法.

在本文中, 作者提出一种新的基于带形反演的迭代方法. 这个方法具有收敛性好, 物理意义明确的优点. 利用这个方法, 我们对一维高斯随机粗糙表面进行了研究, 研究结果与用传统的矩阵反演方法所得结果进行了比较. 结果表明, 两种结果符合较好, 证明我们所提的方法是实际可行的.

2 表面电磁散射计算公式^[4]

在这一小节中, 首先介绍表面散射的计算公式. 根据矩量法原理, 积分方程可以离散化为矩阵方程

$$[Z][x] = [c] \quad (1)$$

上式中 x 表示未知的列向量, c 表示入射场列向量, $[Z]$ 是相互作用矩阵. 考虑到强相互作用区域与弱相互作用区域, 式 (1) 可以写为: $Z = Z^s + Z^w$. 其中 Z^s 表示强相互作用矩阵, Z^w

表示弱相互作用矩阵. 矩阵元素的计算公式分别为:

$$Z_{ij} = \frac{i}{4} H_0^2(k \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (f_i - f_j)^2}), 0 \leq |i - j| \leq r_d$$

$$= \frac{i}{4} H_0^2(k \frac{r_d}{2}), i = j$$

$$= 0, |i - j| \geq r_d \quad (2)$$

在以上公式中, r_d 表示表面分割的间隔, 在每个离散点的坐标, 有:

$$x_i = i \cdot r_d, f_i = f(x_i), R_d = r_d$$

自阻抗函数或矩阵的对角元素 ($i = j$) 项是通过 Hankel 函数在 x_i 附近很小区域近似得到的. 对于弱相互作用矩阵元素, Tsang, et al^[1] 假定 $|f_i - f_j| / |x_i - x_j|$ 很小, 因此可对 Hankel 函数进行泰勒展开. 从而简化计算. 在本文中, 主要目的是检验所提算法的可行性, 因此弱相互作用项仍采用 Hankel 函数的严格表达式计算.

在计算粗糙表面散射场分布时, 在通常入射平面波的假设下, 对于有限长度的散射表面, 边缘散射会带来很大误差. 为了减少误差结果, 可以采用束型入射波, 这样可以减少边缘散射所造成的误差. 束型入射波的入射场可以表示为:

$$inc(r) = e^{ik \cdot r[1 + w(r)]} e^{- (x + z \tan \theta)^2 / g^2} \quad (3)$$

其中

$$W(r) = \frac{2(x + z \tan \theta)^2 / g^2 - 1}{(kg \cos \theta)^2} \quad (4)$$

上述公式中的 g 是决定入射波束边缘衰减的尺度因子.

3 迭代解公式

在这一节中, 提出对此公式的一个改进. 在带形迭代方法的公式中, 采用预处理方法, 并使有关矩阵方程的解与原来问题的解有一个简单的联系. 这样通过解相对容易的矩阵方程来得到原来比较复杂的问题的解.

在此提出一个新的迭代公式. 首先将矩阵 $[Z]$ 分解为强相互作用矩阵与弱相互作用矩阵之和, 既

$$[Z] = [Z^s] + [Z^w] \quad (5)$$

由此, 矩阵方程可以写为

$$([Z^s] + [Z^w])x = c \quad (6)$$

将以上公式改写为:

$$[Z^s]x = c - [Z^w]x \quad (7)$$

这时的公式具有 $x = f(x)$ 的形式, 可以作为迭代公式的基础. 相应的迭代公式为

$$[Z^s]x^{n+1} = c - [Z^w]x^n \quad (8)$$

下面讨论式(8)的收敛条件. 首先将式(8)化为具有 $x = f(x)$ 的形式. 为此有

$$x^{n+1} = [Z^s]^{-1}c - [Z^s]^{-1}[Z^w]x^n = F(x^n) \quad (9)$$

根据不动点定理, 若 F 函数是压缩算子, 则上述迭代公式是收敛的. 下面我们证明 F 函数是压缩算子的条件. 因为:

$$F(x^{n+1}) - F(x^n) = [Z^s]^{-1}c - [Z^s]^{-1}[Z^w]x^{n+1} - [Z^s]^{-1}c + [Z^s]^{-1}[Z^w]x^n$$

$$= [Z^s]^{-1}[Z^w](x^{n+1} - x^n) \quad (10)$$

所以当 $[Z^s]^{-1}[Z^w]$ 的范数 < 1 时, 式(10)是收敛的. 可以证

明, 这个收敛条件与文献[1]中所提公式收敛条件是一样的. 但是, 在此不需要再确定收敛因子.

4 一维高斯随机粗糙表面

在随机粗糙表面的研究中, 随机粗糙表面的描述是参照一个平滑的参考平面. 通常假定此参考平面为 $z = 0$ 的平面. 随机粗糙表面相对于参考平面的起伏用函数 $z = f(x)$ 表示. 对于一维高斯随机粗糙表面, 采用两个参数描述它的随机性质. 一个参数是均方高度 h , 另一个参数是相关长度 l . 对于高斯随机粗糙表面, 其功率谱为:

$$W(k) = \frac{k^2 l}{\sqrt{2}} \exp(-\frac{k^2 l^2}{4}) \quad (11)$$

文献[5]给出了利用高斯功率谱生成随机粗糙表面的方法.

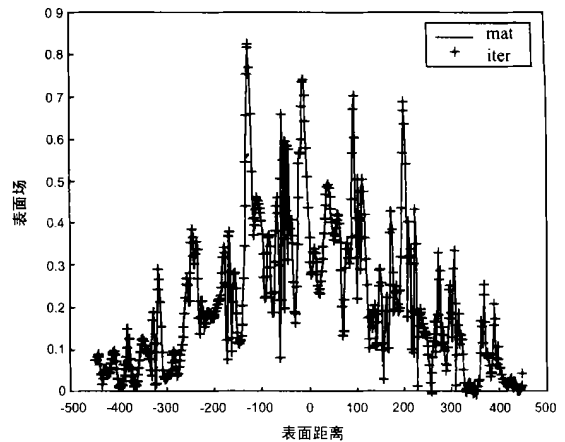


图 1(a) 入射波长为 30 毫米, 入射角为 20 度时的粗糙表面场分布. 高斯粗糙表面的相关长度为 1 个波长, 均方高度为 1 个波长. 粗糙表面总长度是 30 个波长. 图中 'mat' 表示矩阵直接反演计算结果, 'iter' 表示迭代计算结果.

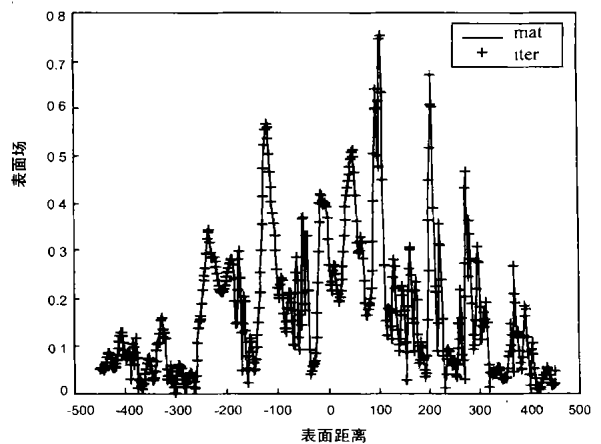


图 1(b) 入射波长为 30 毫米, 入射角为 40 度时的粗糙表面场分布. 高斯粗糙表面的相关长度为 1 个波长, 均方高度为 1 个波长. 粗糙表面总长度是 30 个波长. 图中 'mat' 表示矩阵直接反演计算结果, 'iter' 表示迭代计算结果.

5 计算结果与讨论

利用以上所给出的公式, 我们对高斯随机粗糙表面的表

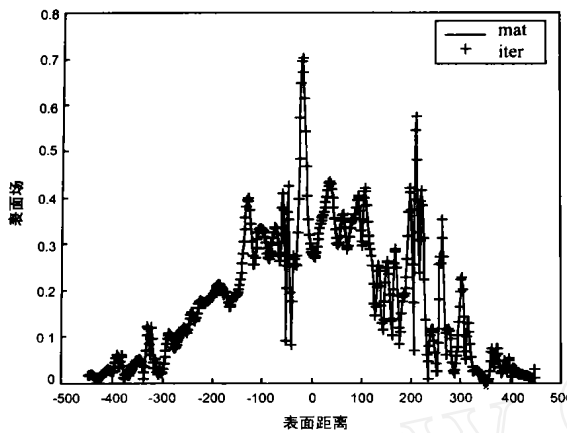


图 2(a) 入射波长为 30 毫米, 入射角为 20 度时的粗糙表面场分布. 高斯粗糙表面的相关长度为 1 个波长, 均方高度为 0.5 个波长. 粗糙表面总长度是 30 个波长. 图中 'mat' 表示矩阵直接反演计算结果, 'iter' 表示迭代计算结果.

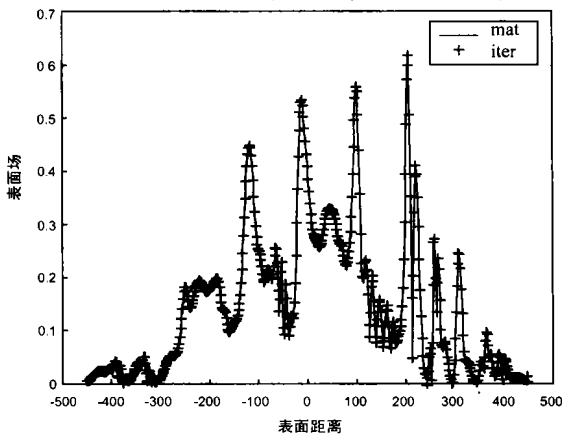


图 2(b) 入射波长为 30 毫米, 入射角为 40 度时的粗糙表面场分布. 高斯粗糙表面的相关长度为 1 个波长, 均方高度为 0.5 个波长. 粗糙表面总长度是 30 个波长. 图中 'mat' 表示矩阵直接反演计算结果, 'iter' 表示迭代计算结果.

面散射场进行了计算. 为了研究不同入射角和不同起伏的粗糙表面散射情况, 高斯随机粗糙表面的参数分别取为: 均方高度一个波长, 相关长度一个波长; 以及均方高度半个波长, 相关长度一个波长两种情况进行研究. 随机粗糙表面长度 30 个

波长, 入射波长 30 毫米. 图 1 给出了: 均方高度为 1 个波长, 相关长度为 1 个波长, 入射角分别为 20 度和 40 度时的表面场的分布情况. 图 2 是: 均方高度为 0.5 个波长, 相关长度 1 个波长, 入射角分别为 20 度和 40 度时的表面场的分布情况. 首先, 从计算结果可以看到: 本文所提出的迭代方法计算结果和利用矩阵直接反演方法所计算的结果符合的非常好. 这表明我们所提方法是可行的. 其次, 通过观察粗糙表面上的场分布, 可以看到入射角度不同, 表面场分布起伏程度和变化的快慢是不同的. 随着均方高度的不断减小, 表面场的起伏变化也会减少, 最后得到平面散射时的表面场分布结果.

参考文献:

- [1] DJ Donohue, et al. Application of iterative moment method solutions to ocean surface radar scattering [J]. IEEE Trans, 1998, AP-46(1): 121.
- [2] Qin Li, et al. Monte Carlo simulations of wave scattering from lossy dielectric random rough surface using the physics-based two grid method and the canonical-grid method [J]. IEEE Trans, 1999, AP-47(4): 752 - 763.
- [3] Eric L Thorsor. The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum [J]. J Acoust Soc Am, 1988, 83(1): 78.
- [4] 逯贵祯. 一种新的迭代算法研究 [J]. 电波科学学报, 2001, 16: 40 - 42.
- [5] 逯贵祯. 一维随机粗糙表面的生成方法及其随机表面性质的研究 [J]. 北京广播学院学报, 2001, 1: 18 - 21.

作者简介:



逯贵祯 男, 1957 年生于北京市, 2001 年在北京航空航天大学获博士学位, 现为北京广播学院教授, 通信工程系系主任, 主要研究领域为电磁场与微波技术.

王宝发 男, 1939 年生于天津市, 北京航空航天大学教授, 电子工程系博士生导师, 主要研究领域为电磁场与微波技术.